СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ, СТАТИСТИКА

УДК 519.71
DOI: 10.35330/1991-6639-2025-27-6-142-156
EDN: DMTLSG

Научная статья

Исследование свойств процессов, характеризующихся логистическими кривыми, при помощи вероятностных клеточных автоматов

Д. П. Димитриченко

Институт прикладной математики и автоматизации –
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук
360000, Россия, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А

Аннотация. Одним из успешно исследованных процессов является процесс развития систем, либо занимающих ограниченный ареал (популяции), либо имеющих ограниченные возможности развития (технологии), либо связанных с ограниченной емкостью рынка (производители товаров). Такие процессы имеют схожее математическое описание, которое сводится к построению соответствующих логистических кривых. При явной внешней несхожести между собой перечисленных процессов их внутренняя общность была установлена при помощи кибернетической парадигмы. Процессы развития биологических, технических и экономических систем в условиях ограниченных ресурсов, обладая описанием при помощи С-образных кривых, свидетельствуют о кибернетическом характере внутрисистемного механизма взаимодействия.

Цель исследования – выявление общесистемных закономерностей и механизмов развития систем в условиях ограниченных ресурсов.

Метод исследования. В качестве метода исследования процессов развития в условиях ограниченных ресурсов применен одномерный вероятностный клеточный автомат. Автоматы, обладая скалярной степенью развития, конкурируют за разделяемые ресурсы.

Результат. Применение одномерных клеточных автоматов позволило получить легко интерпретируемые результаты и проанализировать влияние различных условий доминирования на внутреннее разнообразие системы.

Выводы. Анализ структур позволил выявить зависимость внутреннего разнообразия системы от направленности выбора доминирующих представителей в процессе конкуренции за ресурсы. Дополнительно сделано предсказание о характере изменения структуры системы в условиях не только внутренних ограничений, но и наличия другой системы, реализующей пару «хищник-жертва».

Ключевые слова: рост с насыщением, внутрисистемный механизм взаимодействия, ограниченные ресурсы, экспоненциальный рост, логистическая кривая, одномерный клеточный автомат, вероятность состояния, направление доминирования, внутреннее разнообразие

Поступила 14.10.2025, одобрена после рецензирования 14.11.2025, принята к публикации 17.11.2025

Для цитирования. Димитриченко Д. П. Исследование свойств процессов, характеризующихся логистическими кривыми, при помощи вероятностных клеточных автоматов // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2025. Т. 27. № 6. С. 142–156. DOI: 10.35330/1991-6639-2025-27-6-142-156

MSC: 68P01 Original article

Investigation of properties of processes characterized by logistic curves, using probabilistic cellular automata

D.P. Dimitrichenko

Institute of Applied Mathematics and Automation –
branch of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
89 A, Shortanov street, Nalchik, 360000, Russia

Abstract. One of the most successful processes studied is the development of systems that are either limited in area (populations), have limited development potential (technologies), or are associated with a small market size (product producers). These processes have a similar mathematical description, which involves constructing the corresponding logistic curves. Despite the obvious external differences between the listed processes, their underlying similarities are revealed through the cybernetic approach. The processes of development of biological, technical, and economic systems, which are described using C-shaped curves with the resources limited, testify to the cybernetic nature of the interaction mechanism within these systems.

Aim. The paper aims to identify system-wide patterns and mechanisms of development under limited resources.

Research methods. A one-dimensional probabilistic cellular automaton has been used to study developmental processes under resource constraints. The automata, which possess a scalar degree of development, compete for shared resources.

Result. The use of one-dimensional cellular automata allowes us to easily obtain interpretable results and analyze the impact of different dominance conditions on the internal diversity of the system.

Conclusions. The analysis of the structures allows to identify the dependence of the internal diversity of the system on the choice of dominant representatives during the competition for resources. In addition, the study predicts regarding the nature of changes in the system's structure under conditions not only of internal constraints, but also of the presence of another system that implements the "predator-prey" relationship.

Keywords: saturated growth, intrasystem interaction mechanism, limited resources, exponential growth, logistic curve, one-dimensional cellular automaton, state probability, direction of dominance, internal diversity

Submitted 14.10.2025, approved after reviewing 14.11.2025, accepted for publication 17.11.2025

For citation. Dimitrichenko D.P. Investigation of properties of processes characterized by logistic curves, using probabilistic cellular automata. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS.* 2025. Vol. 27. No. 6. Pp. 142–156. DOI: 10.35330/1991-6639-2025-27-6-142-156

Введение

Появление кибернетики как научного направления и фундаментальной исследовательской программы привело к пониманию общности внутрисистемных процессов, происходящих во внешне, казалось бы, далеких областях знаний, таких как биология, техника и социальные науки [1].

Одним из таких общих процессов является процесс развития замкнутой системы в условиях ограниченных ресурсов, когда само внутреннее состояние системы является фактором ограничений ее развития при различных проявлениях этих ограничений на рассматриваемую систему.

В биологии это хорошо изученный процесс развития (размножения) однородной популяции в условиях внешних ограничений [2].

В случае одноклеточных культур в качестве таких ограничений выступают либо ограниченность ресурсов питательной среды, либо постепенное увеличение концентрации продуктов жизнедеятельности. Оба эти фактора одинаково сказываются на уменьшении скорости размножения (роста биомассы), в конце концов останавливая этот рост.

Указанный процесс описывается хорошо известным уравнением Ферхюльста-Пирла [2]:

$$\dot{x} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right),$$

где $x=x(t)$ – концентрация биомассы, или степень заселенности экологической ниши рассматриваемой изолированной популяцией, $x = x(t) \in (0,k)$, k – емкость экологической ниши (предельная численность), $x(0) = x_0$ – численность (концентрация) в начальный момент времени, r – коэффициент рождаемости, t – время, $t \in (0, +\infty)$.

Решение имеет вид

$$x(t) = kx_0e^{rt} / (k + x_0(e^{rt} - 1)).$$

Предполагая значение рождаемости (воспроизводства) $r = 1$, т.е. прирост происходит, как простое удвоение биомассы в условиях ограничений, $k = 1$, а $x(t)$ соответствующим значению относительной заселенности ареала обитания, при начальных условиях $x_0 = x(0) = 1/2$ получим решение в наиболее простой форме:

$$x(t) = \frac{1/2e^t}{1 + 1/2\left(e^t - 1\right)}$$

или

$$x(t) = 1 / \left(1 + e^{-t}\right),$$

$$x(0) = x_0 = 1/2, \quad t \in (-\infty, +\infty).$$

Данное решение представляет собой простейший вид сигмоидальной функции с коэффициентом рождаемости $r = 1$, т.е. начальное воспроизводство (прирост) происходит путем простого удвоения, соответствуя на начальном этапе развития функции $x(t) = 2^t$.

Отметим, что данная функция (сигмоид) широко применяется не только в популяционной динамике, но и в машинном обучении как сигмоидальная активационная функция [3].

Еще в период освоения кибернетикой как наукой смежных областей Стаффорд Бир в [4] отмечал соответствие протекания процессов в экономике, в отдельных ее отраслях, вплоть до темпов строительства отдельных фирм и предприятий, с динамикой поведения логистических кривых (*С*-образных кривых).

Впоследствии эти результаты были подтверждены при анализе отраслей экономики США и применены на практике при создании методики по выработке решений для менеджеров высшего звена управления [5].

В нашей стране в области технической кибернетики аналогичные результаты были получены и применены на практике Г. С. Альтшуллером для эффективного поиска решения инженерно-технических задач по модернизации технических систем различного назначения [6].

Здесь, как и в [5], *с*-образная кривая рассматривается в качестве эмпирического образа способности системы к эффективной модернизации.

Общая динамика перечисленных выше процессов характеризуется небольшим количественным приростом в начале, высокой положительной скоростью в середине процесса и замедлением (практически остановкой) в конце.

На заре становления кибернетики как науки, исследовательской программы и философского направления Норбертом Винером была открыта общность законов управления в технике, биологии [7–9] и социальной сфере.

Отсюда следует, что процессы, характеризующиеся логистическими (C-образными) кривыми поведения, отражают не особенности узкоспециальной области рассмотрения, а объективные кибернетические закономерности, характеризующие широкий класс систем с определенным способом поведения и внутрисистемного развития. Откуда и вытекает актуальность исследования общего течения всех перечисленных выше (и аналогичных им) процессов, характеризующихся динамикой логистических кривых, или процессов с насыщением, как кибернетических систем.

В настоящей работе мы будем анализировать структурные особенности поведения (развития) системы с замкнутой на себя обратной связью влияния ограниченных ресурсов на структуру самой рассматриваемой системы.

Для выявления структурных особенностей этого процесса мы воспользуемся аппаратом одномерных вероятностных клеточных автоматов [10].

Предварительная формализация

Сформулируем основные исходные допущения проведенного исследования:

1. Существует клетка, наделенная свойством, характеризующимся некоторым натуральным числом n (при $n = 0$ свойство потенциально возможно, но не проявлено).
2. Через равные промежутки времени клетка делится, образуя две дочерние клетки.
3. Результат деления материнской клетки является детерминированным процессом.

В результате деления возможны следующие альтернативы:

1. В процессе деления две дочерние клетки полностью наследуют свойство материнской клетки.
2. Две дочерние клетки одновременно приобретают новое свойство, отличное от материнского.
3. Две дочерние клетки приобретают различные случайные свойства, отличные от материнского.
4. Одна из клеток наследует свойство от материнской клетки, другая приобретает новое, отличное от материнского, свойство.

Обсудим эти четыре положения с точки зрения выживания как системного свойства популяции в целом.

- В первом случае все клетки популяции будут обладать одним и тем же свойством вне зависимости от количества клеток и времени существования популяции. В условиях динамической внешней среды такая популяция не сможет приспособиться к новым изменившимся условиям существования.

- Во втором случае свойство клеток меняется от поколения к поколению. Однако все клетки популяции в любой момент времени обладают одним и тем же свойством, что, по сути, приводит нас к первому из четырех случаев. Такая популяция, синхронно меняя свое основное свойство, быстро утратит соответствие между текущим свойством, которое меняется от поколения к поколению, и внешней средой, пусть даже неизменной и ранее оптимальной для одного из прежних значений свойства.

- Третий случай фактически приводит нас к популяции, всякий раз пытающейся случайным образом «угадать» соответствие между внешней средой и совокупностью случайных значений свойства клеток без какого бы то ни было наследования. Даже если текущее свойство одной из клеток и будет соответствовать условиям окружающей среды, то оно без наследования сразу же «забудется» в новом поколении. Подобная ситуация возникает при использовании генетических алгоритмов с высоким значением коэффициента мутаций, когда решения, т.е. представители популяции, попадают в локальный экстремум (или в один из локальных экстремумов), но за счет высокого уровня мутаций такие ценные представители не закрепляются в новом поколении и быстро утрачиваются популяцией решений [11].

• Четвертый случай предлагает наиболее стабильную стратегию изменения рассматриваемой нами популяции. Если условия окружающей среды остаются неизменными, то в худшем случае гарантированно выживает дочерняя клетка с унаследованным от материнской клетки свойством. Если же условия окружающей среды поменялись, то существует вероятность, что выживет либо дочерняя клетка с унаследованным свойством, либо клетка с измененным свойством, что сохраняет популяцию в неизменных условиях и также гарантированно закрепляет в популяции новое свойство, обеспечившее ее выживание в новых условиях.

Таким образом, для цели нашего исследования кибернетически обоснованным мы можем считать четвертый вариант развития популяции без привязки к определенным условиям окружающей среды (динамическим или статическим).

В связи с заложенным в характеристики клеток фактором изменения их свойства от поколения к поколению сделаем еще одно допущение: изменение свойства клеток происходит однонаправленно, с некоторым минимальным положительным шагом, так что, каким бы ни было оптимальное значение свойства клеток, рано или поздно оно обязательно будет достигнуто некоторой частью популяции.

Далее мы увидим, как изменение условий отбора в популяции позволяет наблюдать богатые, легко интерпретируемые формы приспособительного поведения при условии сделанных допущений.

Общая постановка задачи

Задана исходная популяция идеальных (абстрактных) микроорганизмов, способных размножаться и изменяться от поколения к поколению. Свойство изменчивости характеризуется некоторым натуральным числом. Популяция этих микроорганизмов развивается в условиях ограниченных ресурсов в соответствии с динамикой сигмоидальной функции, являющейся решением уравнения Ферхюльста–Пирла.

Структурные характеристики такой популяции представляются в форме одномерного вероятностного клеточного автомата, состояниями которого являются значения внутреннего скалярного свойства клеток.

А относительное количество клеток в популяции, обладающих данным свойством, является вероятностью пребывания автомата популяции в соответствующем указанному свойству состоянии.

Требуется пронаблюдать поведение соответствующего клеточного автомата с целью установления зависимости влияния условий внутрипопуляционного отбора на структуру исследуемой популяции.

Таким образом, совокупность состояний одномерного клеточного автомата является отражением структурной характеристики исследуемой популяции абстрактных микроорганизмов, а изменение совокупности этих состояний, соответственно, будет отражать динамику структурного изменения этой популяции. Применение одномерного вероятностного клеточного автомата является формальным представлением структуры популяции на любом (текущем) шаге ее развития, которая, таким образом, представима в виде двумерной таблицы, где по горизонтали откладываются доступные автомату текущие состояния автомата с указанием соответствующих вероятностей, а по вертикали откладываются значения времени, прошедшего от начала вычислительного эксперимента, отсчитывая от начального нулевого значения $t = 0$.

Указанное ранее свойство клетки, характеризующееся натуральным числом, мы легко можем сопоставить с каким-либо внутриклеточным процессом, например, с процессом восстановления серы или железа в хемобактериях, так что мы можем считать, что чем выше численное значение указанного свойства, тем эффективнее в данной клетке функционирует этот внутриклеточный механизм [12].

О ПРОВЕДЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ

Отметим, что значения вероятностей состояний клеточного автомата, в собственном смысле, достигаются только при общей численности популяции, равной единице, т.е. при $x(t)=1$. Во всех остальных случаях мы можем говорить только об относительной вероятности. Однако в рамках нашего исследования для большей выразительности и наглядности мы будем пользоваться непосредственными величинами числовых значений количественных характеристик, не переводя их в относительные вероятности.

В нашем случае в соответствии с требованиями, накладываемыми на интервал изменения величины $x(t)$, и в соответствии с биологическим смыслом, поскольку популяция не может превысить емкость (относительную емкость) экологической ниши, мы будем величину численности микроорганизмов вычислять с точностью до четвертого знака и приводить ее к значениям натуральных чисел, умножая на 10000, так что приведенные значения численности $x(t)$ будут принадлежать сегменту [1, 10000], т.е. минимальное количество микроорганизмов равно единице (единственному представителю), максимальное – 10000 (максимальная емкость).

Коэффициент рождаемости r положим равным единице, так что общий прирост численности популяции без учета убыли на всяком шаге будет происходить путем простого удвоения текущей численности. В этом случае количество клеток с новым свойством y без учета текущей убыли всегда равно количеству дочерних клеток x с текущим свойством в соответствии с выбранной нами четвертой альтернативой развития популяции.

Поскольку мы будем рассматривать изменение численности и структуры популяции в дискретные моменты времени, то приведенное выше дифференциальное уравнение Ферхюльста–Пирла заменим породившей его исходной дискретной вычислительной схемой:

$$x_{i+1} = x_i + 1 * x_i * (1 - x_i)$$

или

$$x_{i+1} = x_i + x_i - 1 * x_i * x_i ,$$

переходя к обозначениям x и y для клеток с унаследованным x и новым y свойством, получим два тождественных выражения:

$$x_{i+1} = x + y - 1 * x * x_i = x + y - 1 * y * x_i .$$

Мы учли, что при r=1 количество клеток с унаследованным свойством x численно равно количеству клеток у с новым свойством.

Для регулирования направления (характера) доминирования микроорганизмов в соответствии с их свойством в процессе отрицательного влияния окружающей среды представим единицу в последнем слагаемом в виде двух неотрицательных коэффициентов l_{old} и l_{new}, сумма которых тождественно равна единице: $l_{old} + l_{new} \equiv 1$, тогда получим:

$$x_{i+1} = x + y - (l_{old} + l_{new}) * x * x_i = x + y - (l_{old} + l_{new}) * y * x_i ,$$

откуда окончательно получим:

$$x_{i+1} = \left(x - l_{old} * x * x_i\right) + \left(y - l_{new} * y * x_i\right),$$

где согласно сделанным обозначениям x – количество микроорганизмов с текущим свойством, y – количество микроорганизмов с новым свойством, x_i – общее количество клеток на текущем шаге i, x_{i+1} – общее количество клеток на следующем шаге $i+1$, l_{old} и l_{new} – неотрицательные коэффициенты управления процессом выбора (доминирования) клеток с унаследованным и новым свойствами.

Если l_{old}= 1, то l_{new}= 0, следовательно, всегда будут доминировать представители нового поколения, обладающие более развитым свойством.

Если l_{new}= 1, то l_{old} = 0, следовательно, будут доминировать представители унаследованного свойства, т.е. преимущества получают представители популяции с менее развитым свойством.

Во всех остальных случаях предложенная вычислительная модель позволяет учитывать промежуточные варианты с любой допустимой комбинируемой степенью выбора.

Дискретное время i меняется в границах от 0 до T, где T – точка останова вычислительного эксперимента.

Как отмечалось выше, при указанных ограничениях явным решением данного дифференциального уравнения Ферхюльста–Пирла будет сигма-функция, значения которой в качестве проверочного значения выводятся в последнем столбце представленных ниже таблиц, содержащих результаты вычислительных экспериментов.

Условимся считать, что:

1. Начальное значение времени i = 0.
2. Начальное количество клеток $x(t) = x_0$ = 1.
3. Совокупность состояний клеточного автомата в начальный момент времени $S = \{s_0\}$, т.е. актуальное свойство микроорганизмов потенциально возможно, но не проявлено.

Применительно к автоматной реализации это означает, что клеточный автомат состоит из одной клетки, которая определенно с вероятностью w = 1 находится в единственном исходном состоянии $S = \{s_0\}$.

Анализ результатов

Мы рассмотрели четыре базовых случая. Первым является случай, когда условия окружающей среды (механизм внутрипопуляционного взаимодействия) способствуют доминированию микроорганизмов с более развитым актуальным свойством (табл. 1).

Таблица 1. Доминирование микроорганизмов с более развитым свойством

Table 1. Dominance of microorganisms with more developed properties

T	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	X(t)
0	0,0001										0,0001
1	0,0001	0,0001									0,0002
2	0,0001	0,0002	0,0001								0,0004
3	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001							0,0008
4	0,0001	0,0004	0,0006	0,0004	0,0001						0,0016
5	0,0001	0,0005	0,0010	0,0010	0,0005	0,0001					0,0032
6	0,0001	0,0006	0,0015	0,0020	0,0015	0,0006	0,0001				0,0064
7*	0,0001	0,0007	0,0021	0,0035	0,0035	0,0021	0,0007	0,0001			0,0127
8	0,0001	0,0008	0,0027	0,0055	0,0069	0,0055	0,0028	0,0008	0,0001		0,0253
9	0,0001	0,0009	0,0035	0,0081	0,0122	0,0123	0,0083	0,0036	0,0009	0,0001	0,0499
10	0,0001	0,0009	0,0041	0,0112	0,0198	0,0240	0,0202	0,0116	0,0044	0,0010	0,0973
11	0,0001	0,0009	0,0047	0,0142	0,0290	0,0414	0,0422	0,0307	0,0156	0,0053	0,1852
12	0,0001	0,0008	0,0047	0,0163	0,0379	0,0627	0,0757	0,0671	0,0434	0,0199	0,3361
13*	–	0,0006	0,0040	0,0155	0,0414	0,0795	0,1130	0,1203	0,0960	0,0566	0,5592
14		0,0003	0,0024	0,0108	0,0337	0,0764	0,1293	0,1660	0,1626	0,1209	0,8057
15		0,0001	0,0008	0,0045	0,0173	0,0486	0,1016	0,1616	0,1976	0,1861	0,9623
16		–	0,0001	0,0009	0,0051	0,0192	0,0524	0,1077	0,1690	0,2046	0,9986
17			–	0,0001	0,0009	0,0051	0,0192	0,0526	0,1079	0,1693	1,0000

Продолжение таблицы 1** / **Continuation of Table 1

T	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	s_{15}	s_{16}	s_{17}	X(t)
0									0,0001
1									0,0002
2									0,0004
3									0,0008
4									0,0016
5									0,0032
6									0,0064
7*									0,0127
8									0,0253
9									0,0499
10	0,0001								0,0973
11	0,0011	0,0001							0,1852
12	0,0062	0,0012	0,0001						0,3361
13*	0,0240	0,0070	0,0012	0,0001					0,5592
14	0,0672	0,0271	0,0075	0,0013	0,0001				0,8057
15	0,1340	0,0725	0,0286	0,0077	0,0013	0,0001			0,9623
16	0,1911	0,1367	0,0736	0,0289	0,0078	0,0013	0,0001		0,9986
17	0,2049	0,1913	0,1368	0,0736	0,0289	0,0078	0,0013	0,0001	1,0000

Мы видим, что до седьмого шага (7*) происходит экспоненциальный рост с распределением микроорганизмов в популяции по состояниям автомата в соответствии со значениями коэффициентов бинома Ньютона, соответствуя функции $x(t)=2^t$, с постепенным дальнейшим уменьшением основания показательной функции.

На шаге 13* начинает сказываться отрицательное влияние окружающей среды, т.е. наблюдается ограничение внутреннего разнообразия популяции (количество состояний автомата).

После шага 13* популяция пополняется новыми представителями (автомат пополняется новым состоянием) за один шаг, однако общее разнообразие популяции уже не увеличивается, так как одновременно с этим происходит потеря ранее занимаемого состояния (состояния с наименьшим текущим номером).

В итоге популяция достигает максимально возможного структурного разнообразия при существующих ограничениях, хотя значение актуального свойства с каждым шагом монотонно возрастает.

При этом новое состояние автомата, возникая, увеличивает свой вес в популяции и затем постепенно вытесняется новыми состояниями автомата, т.е. популяция постепенно замещается микроорганизмами с более развитым свойством при неизменности вероятностей распределения микроорганизмов по состояниям автомата.

При достижении максимальной численности $x(t) = 1$ рост свойства сопровождается постоянством структуры автомата и ограничением внутреннего разнообразия состояний. Дальнейшие шаги вычислительного эксперимента в этих условиях не привносят в общую картину ничего нового.

Эталоном является представитель с наиболее развитым свойством.

Это напоминает последовательную смену одних технологий другими, когда новая технология возникает, увеличивает свой вес (влияние) и постепенно вытесняется совокупным рядом новых технологий.

Вторым является случай, когда условия окружающей среды (механизм внутрипопуляционного взаимодействия) способствуют доминированию микроорганизмов с менее развитым актуальным свойством, характеризуя стремление к соответствию исходной, самой простейшей структуре микроорганизма (табл. 2).

Таблица 2. Доминирование микроорганизмов с менее развитым свойством

Table 2. Dominance of microorganisms with less developed properties

T	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	X(t)
0	0,0001								0,0001
1	0,0001	0,0001							0,0002
2	0,0001	0,0002	0,0001						0,0004
3	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001					0,0008
4	0,0001	0,0004	0,0006	0,0004	0,0001				0,0016
5	0,0001	0,0005	0,0010	0,0010	0,0005	0,0001			0,0032
6	0,0001	0,0006	0,0015	0,0020	0,0015	0,0006	0,0001		0,0064
7*	0,0001	0,0007	0,0021	0,0035	0,0035	0,0021	0,0007	0,0001	0,0127
8	0,0001	0,0008	0,0028	0,0055	0,0069	0,0055	0,0027	0,0008	0,0253
9	0,0001	0,0009	0,0036	0,0083	0,0123	0,0122	0,0081	0,0035	0,0499
10	0,0001	0,0010	0,0044	0,0116	0,0202	0,0240	0,0198	0,0112	0,0973
11	0,0001	0,0011	0,0053	0,0156	0,0307	0,0422	0,0414	0,0290	0,1852
12	0,0001	0,0012	0,0062	0,0199	0,0434	0,0671	0,0757	0,0627	0,3361
13*	0,0001	0,0012	0,0070	0,0240	0,0566	0,0960	0,1203	0,1130	0,5592
14	0,0001	0,0013	0,0075	0,0271	0,0672	0,1209	0,1626	0,1660	0,8057
15	0,0001	0,0013	0,0077	0,0286	0,0725	0,1340	0,1861	0,1976	0,9623
16	0,0001	0,0013	0,0078	0,0289	0,0736	0,1367	0,1911	0,2046	0,9986
17	0,0001	0,0013	0,0078	0,0289	0,0736	0,1368	0,1913	0,2049	1,0000

Продолжение таблицы 2 / Continuation of Table 2

T	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	X(t)
0								0,0001
1								0,0002
2								0,0004
3								0,0008
4								0,0016
5								0,0032
6								0,0064
7*								0,0127
8	0,0001							0,0253
9	0,0009	0,0001						0,0499
10	0,0041	0,0009	0,0001					0,0973
11	0,0142	0,0047	0,0009	0,0001				0,1852
12	0,0379	0,0163	0,0047	0,0008	0,0001			0,3361
13*	0,0795	0,0414	0,0155	0,0040	0,0006			0,5592
14	0,1293	0,0764	0,0337	0,0108	0,0024	0,0003		0,8057
15	0,1616	0,1016	0,0486	0,0173	0,0045	0,0008	0,0001	0,9623
16	0,1690	0,1077	0,0524	0,0192	0,0051	0,0009	0,0001	0,9986
17	0,1693	0,1079	0,0526	0,0192	0,0051	0,0009	0,0001	1,0000

Начальный рост популяции при отсутствии отрицательного влияния окружающей среды до шага 7* происходит аналогично первому случаю. Аналогично на шаге 13* происходит ограничение роста внутреннего разнообразия, т.е. количества внутренних состояний автомата. Однако в отличие от первого случая здесь доминируют представители с наименьшими изменениями. Итоговый профиль распределения вероятностей присутствия микроорганизмов по состояниям при достижении численности $x(t{=}1)$ аналогичен предыдущему случаю, но зеркален ему по распределению данных вероятностей. Это связано с тем, что эталоном для популяции в этом случае является исходное состояние автомата s_0. После шага 17 не происходит никаких изменений ни в общей численности, ни в структуре, ни в распределении вероятностей по состояниям.

Несмотря на то, что на каждом шаге эксперимента замещения микроорганизмов внутри занимаемых ими состояний происходят, но все дальнейшие изменения актуального свойства в сторону его увеличения отбрасываются после того, как популяция достигает максимальной численности $x(t) = 1$. Рост разнообразия также останавливается. При этом состояние s_0 характеризуется как наилучшее, а все представители с ненаследуемым значением свойства вытесняются на всех уровнях сложившейся к этому шагу структуры автомата.

Эталоном является представитель популяции с исходным состоянием s_0.

Третьим является случай, когда отрицательное воздействие окружающей среды в равной мере сказывается как на наследуемом, так и на развиваемом свойстве, т.е. изменение актуального свойства по сравнению с прежним значением не предоставляет микроорганизмам никаких преимуществ (табл. 3).

Это случай, когда значение развитости свойства никак не определяет доминирование того или иного состояния. Мы видим, что в случае безразличия к актуальному свойству популяция, т.е. одномерный автомат, начиная с шага 13*, стремится одновременно следовать двум стратегиям поведения: «консервативной» и «инновационной».

• В рамках первой стратегии это стремление автомата максимально долго оставаться в ранее посещенных состояниях.

• В рамках второй стратегии это стремление с каждым новым временным шагом t освоить новые состояния (увеличить текущее максимальное значение свойства).

Таблица 3. Отсутствие явного доминирования / ***Table 3***. No clear dominance

T	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	X(t)
0	0,0001									0,0001
1	0,0001	0,0001								0,0002
2	0,0001	0,0002	0,0001							0,0004
3	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001						0,0008
4	0,0001	0,0004	0,0006	0,0004	0,0001					0,0016
5	0,0001	0,0005	0,0010	0,0010	0,0005	0,0001				0,0032
6	0,0001	0,0006	0,0015	0,0020	0,0015	0,0006	0,0001			0,0064
7*	0,0001	0,0007	0,0021	0,0035	0,0035	0,0021	0,0007	0,0001		0,0127
8	0,0001	0,0008	0,0028	0,0055	0,0069	0,0055	0,0028	0,0008	0,0001	0,0253
9	0,0001	0,0009	0,0035	0,0082	0,0123	0,0123	0,0082	0,0035	0,0009	0,0499
10	0,0001	0,0010	0,0043	0,0114	0,0200	0,0240	0,0200	0,0114	0,0043	0,0973
11	0,0001	0,0010	0,0050	0,0149	0,0298	0,0418	0,0418	0,0298	0,0149	0,1852
12	0,0001	0,0010	0,0054	0,0181	0,0406	0,0650	0,0758	0,0650	0,0406	0,3361
13*	0,0001	0,0009	0,0053	0,0195	0,0488	0,0879	0,1171	0,1171	0,0879	0,5592
14	–	0,0007	0,0045	0,0179	0,0492	0,0985	0,1477	0,1688	0,1477	0,8057
15		0,0004	0,0031	0,0134	0,0401	0,0882	0,1470	0,1890	0,1890	0,9623
16		0,0002	0,0018	0,0085	0,0277	0,0666	0,1220	0,1743	0,1961	0,9986
17		0,0001	0,0010	0,0052	0,0182	0,0472	0,0944	0,1484	0,1855	1,0000

Продолжение таблицы 3 / Continuation of Table 3

T	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	s_{15}	s_{16}	X(t)
0									0,0001
1									0,0002
2									0,0004
3									0,0008
4									0,0016
5									0,0032
6									0,0064
7*									0,0127
8									0,0253
9	0,0001								0,0499
10	0,0010	0,0001							0,0973
11	0,0050	0,0010	0,0001						0,1852
12	0,0181	0,0054	0,0010	0,0001					0,3361
13*	0,0488	0,0195	0,0053	0,0009	0,0001				0,5592
14	0,0985	0,0492	0,0179	0,0045	0,0007				0,8057
15	0,1470	0,0882	0,0401	0,0134	0,0031	0,0004			0,9623
16	0,1743	0,1220	0,0666	0,0277	0,0085	0,0018	0,0002		0,9986
17	0,1855	0,1484	0,0944	0,0472	0,0182	0,0052	0,0010	0,0001	1,0000

В результате после достижения популяцией максимальной численности $x(t) = 1$ рост разнообразия состояний автомата растет с одновременным убыванием количества микроорганизмов в каждом из этих состояний.

Система (множество состояний) стремится одновременно соответствовать двум эталонам: состоянию с наименьшим номером как наиболее консервативному и состоянию с наибольшим номером как наиболее развитому. Дальнейшее продолжение вычислительного эксперимента в этих условиях лишь усиливает описанную тенденцию.

В четвертом случае рассмотрен рост без ограничений, соответствующий модели Мальтуса [2] (табл. 4).

Таблица 4. Рост без ограничений / ***Table 4***. Growth without restrictions

T	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	X(t)
0	0,0001								0,0001
1	0,0001	0,0001							0,0002
2	0,0001	0,0002	0,0001						0,0004
3	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001					0,0008
4	0,0001	0,0004	0,0006	0,0004	0,0001				0,0016
5	0,0001	0,0005	0,0010	0,0010	0,0005	0,0001			0,0032
6	0,0001	0,0006	0,0015	0,0020	0,0015	0,0006	0,0001		0,0064
7*	0,0001	0,0007	0,0021	0,0035	0,0035	0,0021	0,0007	0,0001	0,0128
8	0,0001	0,0008	0,0028	0,0056	0,0070	0,0056	0,0028	0,0008	0,0256
9	0,0001	0,0009	0,0036	0,0084	0,0126	0,0126	0,0084	0,0036	0,0512
10	0,0001	0,0010	0,0045	0,0120	0,0210	0,0252	0,0210	0,0120	0,1024
11	0,0001	0,0011	0,0055	0,0165	0,0330	0,0462	0,0462	0,0330	0,2048
12	0,0001	0,0012	0,0066	0,0220	0,0495	0,0792	0,0924	0,0792	0,4096
13	0,0001	0,0013	0,0078	0,0286	0,0715	0,1287	0,1716	0,1716	0,8192
14	0,0001	0,0014	0,0091	0,0364	0,1001	0,2002	0,3003	0,3432	1,6384
15	0,0001	0,0015	0,0105	0,0455	0,1365	0,3003	0,5005	0,6435	3,2768

Продолжение таблицы 4 / Continuation of Table 4

T	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	s_{15}	X(t)
0									0,0001
1									0,0002
2									0,0004
3									0,0008
4									0,0016
5									0,0032
6									0,0064
7*									0,0128
8	0,0001								0,0256
9	0,0009	0,0001							0,0512
10	0,0045	0,0010	0,0001						0,1024
11	0,0165	0,0055	0,0011	0,0001					0,2048
12	0,0495	0,0220	0,0066	0,0012	0,0001				0,4096
13	0,1287	0,0715	0,0286	0,0078	0,0013	0,0001			0,8192
14	0,3003	0,2002	0,1001	0,0364	0,0091	0,0014	0,0001		1,6384
15	0,6435	0,5005	0,3003	0,1365	0,0455	0,0105	0,0015	0,0001	3,2768

В представленной таблице показаны рост популяции и структурные изменения одномерного автомата в условиях неограниченного роста в соответствии с моделью Мальтуса. На любом временном шаге t количество микроорганизмов в состояниях автомата выражается соответствующими значениями коэффициентов бинома Ньютона. Разнообразие состояний автомата растет неограниченно, увеличиваясь на единицу с каждым шагом. При этом всякое новое состояние автомата, подобно первому случаю, возникает, увеличивается его вес в популяции, достигает максимума, после чего это состояние доминируется следующим, возникшим после него состоянием. Однако в отличие от первого случая это доминируемое состояние не вытесняется из популяции и остается в совокупности состояний автомата, хотя его относительный вес по популяции стремится к нулю.

Подобно второму случаю, система сохраняет не только исходное состояние s_0, но и всю совокупность доминируемых состояний.

Подобно третьему случаю, в этих условиях система также совмещает две стратегии развития:

• «консервативную», так как на любом шаге времени t исходное состояние автомата s_0 остается актуальным;

• «инновационную», поскольку рост значения свойства, т.е. появление нового состояния автомата, происходит на каждом временном шаге t, совпадая с первым из четырех рассмотренных случаев.

Заметим, что согласно [13] проявленное биномиальное распределение вероятностей состояний является частным случаем, соответствующим нормальному распределению.

Заключение

Применение вероятностных клеточных автоматов позволило выделить следующие структурные свойства процессов, характеризующихся C-образными логистическими кривыми. Все рассмотренные случаи характеризуются нормальным распределением (или близким к нормальному распределению) весов состояний одномерного клеточного автомата. В первых двух случаях мы можем видеть распределение весов, близкое к нормальному, с учетом асимметрии в сторону эталонного образца (самого развитого, или исходного) в зависимости от направления доминирования, что порождает отношение зеркальности между этими двумя случаями (стратегиями развития). Третий и четвертый случай объединяет свойство неограниченного роста разнообразия состояний автомата с учетом того, что в условиях отсутствия явного направления доминирования (третий случай) дисперсия этого распределения стремится к нулю. В двух последних случаях это симметричное распределение. А последний случай является классическим примером нормального распределения.

Для всех четырех случаев характерен экспоненциальный рост на начальном этапе развития, который потом приобретает индивидуальные характеристики в зависимости от особенностей направления развития. При этом для всех рассмотренных случаев характерна следующая динамика изменения веса состояния автомата в популяции: состояние появляется, его вес присутствия в популяции начинает расти, достигает своего максимального значения, после чего это состояние доминируется новыми появляющимися состояниями автомата. Выявленная динамика изменения веса состояния в популяции подобна фазам возникновения, развития и устаревания совокупности технологий в процессе поступательного развития. В первых трех случаях появляющиеся состояния не только утрачивают свое доминирование, но и впоследствии полностью вытесняются из совокупности состояний автомата под давлением новых состояний. А в случае неограниченного роста всякое новое состояние после своего обязательного доминирования над ранее появившимися состояниями доминируется всеми последующими состояниями, оставаясь в популяции.

При этом модель Мальтуса неограниченного роста содержит все свойства ранее рассмотренных случаев:

1. Появление новых состояний автомата, которые и являются текущим эталоном («инновация»).
2. Сохранение начального состояния в качестве эталона («консерватизм»).
3. Рост разнообразия (отсутствие выраженного доминирования по актуальному свойству).

Отметим еще один логически вытекающий из полученных результатов вывод: модель Лотки–Вольтерры предполагает, что убыль жертв, как и интенсивность питания хищников, зависит от вероятности их взаимной встречи. А с учетом выявленной структуры популяции мы можем констатировать, что наибольшим весом, а значит, и наибольшей вероятностью встречи хищника и жертвы обладают особи, соответствующие средним значениям актуального свойства по популяции как у хищников, так и у жертв.

Маркетинговым аналогом этого факта является то, что покупатель, вероятнее всего, встретит товары средней ценовой категории среднего качества. А меньшей вероятностью встречи будут обладать товары, уходящие с рынка или, наоборот, являющиеся дорогими инновационными образцами, которые еще не получили широкого распространения на рынке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Д. А.* Кибернетика: навигатор. История кибернетики, современное состояние, перспективы развития. М.: ЛЕНАНД, 2024. 160 с.
2. *Ризниченко Г. Ю.* Математические модели в биофизике и экологии. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 184 с.
3. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.
4. *Бир С.* Мозг фирмы. М.: Либроком, 2009. 416 с.
5. *Фостер Р.* Обновление производства: атакующие выигрывают. М.: Прогресс, 1987. 272 с.
6. *Альтшуллер Г. С.* Творчество как точная наука. М.: Сов. радио, 1979. 184 с.

7. *Винер Н.* Кибернетика, или Управление и связь в животном и машине. М.: Наука, 1983. 343 с.

8. *Винер Н.* Кибернетика и общество. М.: АСТ, 2019. 288 с.

9. *Эшби У.* Р. Введение в кибернетику: пер. с англ. М.: Издательство иностранной литературы, 1959. 430 с.

10. *Тоффоли Т., Марголус Н.* Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991. 284 с.

11. *Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М.* Генетические алгоритмы. М.: Физматлит, 2010. 368 с.

12. *Нетрусов А. И., Котова И. Б.* Микробиология. М.: Академия, 2009. 352 с.

13. *Энатская Н. Ю.* Теория вероятностей: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2025. 204 с.

REFERENCES

1. Novikov D.A. *Kibernetika: navigator. Istoriya kibernetiki, sovremennoe sostoyanie, perspektivy razvitiya* [Cybernetics: Navigator. History of Cybernetics, Current State, Development Prospects]. Moscow: LENAND, 2024. 160 p. (In Russian)

2. Riznichenko G.Yu. *Matematicheskie modeli v biofizike i ekologii* [Mathematical Models in Biophysics and Ecology]. Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003. 184 p. (In Russian)

3. Khaykin S. *Neyronnye seti: polnyi kurs* [Neural Networks: Comprehensive Course]. Moscow: Vil'yams, 2006. 1104 p. (In Russian)

4. Beer S. *Mozg firmy* [The brain of the firm]. Moscow: Librokom, 2009. 416 p. (In Russian)

5. Foster R. *Obnovlenie proizvodstva: atakuyushchie vyigryvayut* [Innovation: Attacker's Advantage]. Moscow: Progress, 1987. 272 p. (In Russian)

6. Al'tshuller G.S. *Tvorchestvo kak tochnaya nauka* [Creativity as an Exact Science]. Moscow: Sov. radio, 1979. 184 p. (In Russian)

7. Viner N. *Kibernetika, ili Upravlenie i svyaz' v zhivotnom i mashine* [Cybernetics, or control and communication in the animal and the machine]. Moscow: Nauka, 1983. 343 p. (In Russian)

8. Viner N. *Kibernetika i obshchestvo* [Cybernetics and Society]. Moscow: AST, 2019. 288 p. (In Russian)

9. Ashby W.R. *Vvedenie v kibernetiku* [An Introduction to Cybernetics]. Moscow: Izd-vo inostrannoy literatury, 1959. 430 p. (In Russian)

10. Toffoli T., Margolus N. *Mashiny kletochnykh avtomatov* [Cellular Automata Machines]. Moscow: Mir, 1991. 284 p. (In Russian)

11. Gladkov L.A., Kureichik V.V., Kureichik V.M. *Geneticheskie algoritmy* [Genetic Algorithms]. Moscow: FIZMATLIT, 2010. 368 p. (In Russian)

12. Netrusov A.I., Kotova I.B. *Mikrobiologiya* [Microbiology]. Moscow: Akademiya, 2009. 352 p. (In Russian)

13. Enatskaya N.Yu. *Teoriya veroyatnostei: uchebnik dlya vuzov* [Probability Theory: textbook for universities]. Moscow: Yurayt, 2025. 204 p. (In Russian)

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной математики и автоматизации – филиала Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук (тема № 125031904190-5).

Funding. The work was carried out within the framework of the state assignment of the Institute of Applied Mathematics and Automation – branch of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (No. 125031904190-5).

Информация об авторе

Димитриченко Дмитрий Петрович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. отдела нейроинформатики и машинного обучения, Институт прикладной математики и автоматизации – филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. Шортанова, 89 А;

dimdp@rambler.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2399-3538, SPIN-код: 3272-3520

Information about the author

Dmitriy P. Dimitrichenko, Candidate of Technical Sciences, Researcher, Department of Neural Networks and Machine Learning, Institute of Applied Mathematics and Automation – branch of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

89 A, Shortanov street, Nalchik, 360000, Russia;

dimdp@rambler.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2399-3538, SPIN-code: 3272-3520